Mindestzahl von Beobachtungen zur Schätzung einer Standardabweichung und eines Mittelwertes

[312] Die folgenden Formeln geben mit vorgegebener Genauigkeit (d) und vorgegebener statistischer Sicherheit **minimale Stichprobenumfänge** (auf der Normalverteilung basierende Näherungen!) zur Schätzung von Standardabweichung (n_s) (vgl. auch Punkt 7 in Übersicht 1 sowie Tab. 90) und Mittelwert ($n_{\bar{x}}$) [mit $d=(s-\sigma)/\sigma$ und $d=\bar{x}-\mu$]:

$$\boxed{n_s \approx 1+0{,}5\left(\frac{z_\alpha}{d}\right)^2} \quad \boxed{n_{\bar{x}} > \left(\frac{z_\alpha}{d}\right)^2 \cdot \sigma^2} \qquad (3.15,\ 3.16)$$

S 119

z_α ist der Tab. 29 (zweiseitiger Test) für die gewünschte Vertrauenswahrscheinlichkeit $1-\alpha$ (d.h. die Irrtumswahrscheinlichkeit α) zu entnehmen. Für die Beispiele benutzen wir $z_{0,05}=1{,}96$ und $z_{0,01}=2{,}58$.
Insbesondere (3.16) unterschätzt den benötigten Stichprobenumfang. Muß σ^2 erst noch anhand einer Zufallsstichprobe des Umfangs m geschätzt werden, dann sollte $m \gtrsim 60$ gelten; für $m \leq 60$ geben Shiffler und Adams (1987) Korrekturfaktoren c, mit denen $n_{\bar{x}}$, berechnet aus (3.16) mit s_m^2 anstatt von σ^2, zu multiplizieren ist, um $n_{\bar{x},\text{korr.}}$ zu erhalten. Einige Werte c mit zugehörigen in Klammern gesetzten m-Werten: 1,011 (60); 1,017 (40); 1,036 (20); 1,049 (15); 1,064 (12); 1,071 (10); ...; 1,443 (3).

Beispiele

$\boxed{n_s}$ Zur Schätzung einer **Standardabweichung** mit einer Vertrauenswahrscheinlichkeit von 95% ($\alpha=0{,}05$) und einer Genauigkeit von $d=0{,}2$ benötigt man etwa $n_s \approx 1+0{,}5(1{,}96/0{,}2)^2=49$ Beobachtungen. Für $\alpha=0{,}05$ und $d=0{,}14$ benötigt man etwa $n_s \approx 1+0{,}5(1{,}96/0{,}14)^2=99$ Beobachtungen. Tabelle 90 liefert $n_s=100$.

$\boxed{n_{\bar{x}}}$ Für eine Schätzung von σ^2 benutze man die Hinweise 5 und 6 in Abschnitt 1385. Zur Schätzung eines **Mittelwertes** bei bekannter Varianz $\sigma^2=3$ mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha=0{,}01$ und mit einer Genauigkeit von $d=0{,}5$ benötigt man mehr als $n_{\bar{x}}=(2{,}58/0{,}5)^2\cdot 3=80$ Beobachtungen; d.h. mit etwa 90 Beobachtungen erhält man den 99%-VB für μ ($\bar{x}-0{,}5 \leq \mu \leq \bar{x}+0{,}5$ bzw. $\mu=\bar{x}\pm 0{,}5$) mit der Länge $2d$.
Zu $n_{\bar{x}}$, jetzt kurz n genannt: Ist n größer als 10% der Grundgesamtheit

Lothar Sachs, Angewandte Statistik, 7.Auflage 1992, Springer Verlag